الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة التعليم المتوسط

دورة: 2022

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: ساعتان

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

A و B عددان حيث: $A=\sqrt{80}+2\sqrt{125}-3\sqrt{20}$ ، $B=\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

1) اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعيّ.

2) اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

3) بيّن أنّ $B\times(\sqrt{2}-1)\times B$ عدد طبيعيّ.

التمرين الثّاني: (03 نقاط)

1) انشر وبسّط العبارة E حيث: $E=(2x-3)(x-2)$.

2) حلّل العبارة F إلى جداء عاملين من الدّرجة الأولى: $F=2x^2-7x+6-(2x-3)(2x-1)$.

3) حل المعادلة: $(2x-3)(-x-1)=0$.

التمرين الثّالث: (03 نقاط)

1) لتكن الثّنائيّتان $(20\,;\,10)$ و $(10\,;\,20)$، أيّهما حلّ لهذه الجملة: $\begin{cases} x+y=30 \\ x+\dfrac{5}{2}y=45 \end{cases}$

2) حل الجملة التّاليّة: $\begin{cases} x+y=30 \;\;\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ 2x+5y=90 \;\;\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$

التمرين الرّابع: (03 نقاط)

المستوى منسوب إلى مَعْلَم متعامد ومتجانس $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ حيث: $OI=OJ=1cm$.

لتكن النّقط: $A(3;2)$ ، $B(1;-2)$ ، $C(-3;0)$.

1) إذا كان: $AC=2\sqrt{10}$ و $BC=2\sqrt{5}$، ما نوع المثلّث ABC؟

2) جد إحداثيّتي النّقطة D صورة النّقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$.

3) بيّن أنّ الرّباعي $ABCD$ مربّع.

الجزء الثاني: (08 نقاط)

الوضعية:

خصّص فلّاح قطعة أرض لإنتاج البطاطا والجَزَر، فكان المحصول: 1188 صندوقٍ من البطاطا و 528 صندوقاً من الجَزَر.

1) قصْدَ مساعدة دُور العجزة ومراكز الأيتام وذوي الاحتيّاجات الخاصّة، يريد هذا الفلّاح أن يُجمّع الصّناديق في تشكيلات متماثلة من حيث النّوع والعدد (أي كل تشكيلة تحتوي على نفس عدد الصّناديق من البطاطا ونفس عدد الصّناديق من الجَزَر).

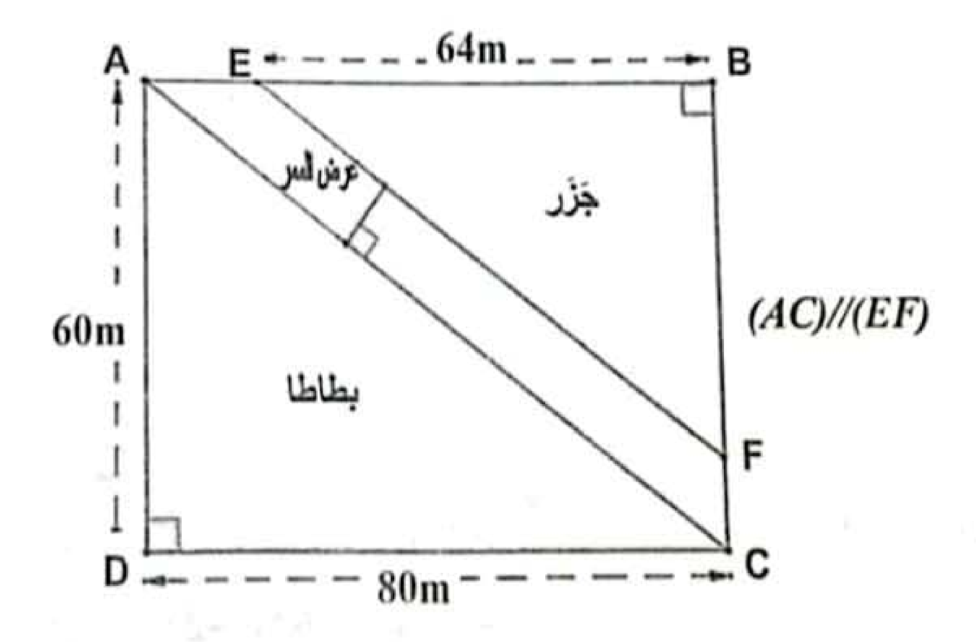
أ- ما هو أكبر عدد من التّشكيلات التي يمكن تكوينها؟

ب- ما هو عدد صناديق البطاطا وعدد صناديق الجَزَر في كلّ تشكيلة؟

2) استخدم هذا الفلّاح شاحنات لنقل المحصول إلى مستودع أرضيّته مستطيلة الشّكل، حيث فصل بيْن البطاطا والجَزَر بممرّ قبل توزيع التشكيلات (كما هو موضّح في الشّكل المرفق).

- ما هو عرض الممرّ الذي حدده الفلّاح والذي من خلاله اختار الشّاحنات المناسبة لنقل المحصول؟

ملاحظة: (تعطى النّتائج مدوّرة إلى الوحدة).



عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الجزء الأول:(12 نقطة) **التمرين الأول: (03 نقاط)**		
1) كتابة A على الشكل $a\sqrt{5}$: $A=\sqrt{80}+2\sqrt{125}-3\sqrt{20}$ ومنه $A=\sqrt{16\times 5}+2\sqrt{25\times 5}-3\sqrt{4\times 5}$ ينتج $A=4\sqrt{5}+2\times 5\sqrt{5}-3\times 2\sqrt{5}$ أي $A=(4+10-6)\sqrt{5}$ ومنه $\boxed{A=8\sqrt{5}}$	0.25×4	1
2) كتابة B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق: $B=\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{(2+\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}+2}{2}=\frac{2(\sqrt{2}+1)}{2}$ ومنه $B=\sqrt{2}+1$	0.25×4	1
3) تبيان أنّ $B\times(\sqrt{2}-1)$ عدد طبيعي: $B\times(\sqrt{2}-1)=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$ ومنه $B\times(\sqrt{2}-1)=(\sqrt{2})^2-(1)^2$ أي: $B\times(\sqrt{2}-1)=2-1$ ينتج: $\boxed{B\times(\sqrt{2}-1)=1}$ ومنه $B\times(\sqrt{2}-1)$ هو عدد طبيعي.	0.5×2	1
التمرين الثاني: (03 نقاط)		
1) نشر وتبسيط العبارة E: $E=(2x-3)(x-2)$ $E=2x^2-4x-3x+6$ $\boxed{E=2x^2-7x+6}$	0.5×2	1
2) تحليل العبارة F: $F=2x^2-7x+6-(2x-3)(2x-1)$ $F=(2x-3)(x-2)-(2x-3)(2x-1)$ $F=(2x-3)[(x-2)-(2x-1)]$ $F=(2x-3)(x-2-2x+1)$ $\boxed{F=(2x-3)(-x-1)}$	0.25×4	1
3) حل المعادلة: $(2x-3)(-x-1)=0$ معناه: $\begin{cases}-x-1=0\\-x=1\\x=-1\end{cases}$ أو $\begin{cases}2x-3=0\\2x=3\\x=3/2\end{cases}$ إذن للمعادلة حلان وهما: -1 و $3/2$	0.25×4	1

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التمرين الثالث: (03 نقاط)		
1) تعويض إحداثيتي كلّ من الثنائيتين $(20\ ;\ 10)$ و $(10\ ;\ 20)$ في الجملة: $\begin{cases} x+y=30 \\ x+\frac{5}{2}y=45 \end{cases}$	0.5	
بتعويض إحداثيتي الثنائية $(20\ ;\ 10)$ في الجملة نجد: $\begin{cases} 10+20=30 \\ 10+\frac{5}{2}\times 20=60 \end{cases}$ إذن الثنائية $(20\ ;\ 10)$ ليست حلا.		1
وبتعويض إحداثيتي الثنائية $(10\ ;\ 20)$ في الجملة نجد: $\begin{cases} 20+10=30 \\ 20+\frac{5}{2}\times 10=45 \end{cases}$ إذن الثنائية $(10\ ;\ 20)$ هي حل.	0.5	
2) حل الجملة: لدينا $\begin{cases} x+y=30 \ldots\ldots\ldots(1) \\ 2x+5y=90 \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$		
نضرب طرفي المعادلة (1) في 2- نجد: $\begin{cases} -2x-2y=-60 \ldots\ldots\ldots(3) \\ 2x+5y=90 \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$	0.5	
بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا لطرف نجد: $3y=30$	0.25	
أي $y=\frac{30}{3}$ منه $\boxed{y=10}$	0.25	2
بالتعويض في المعادلة (1) نجد $x+10=30$	0.25	
أي $x=30-10$ منه $\boxed{x=20}$	0.25	
إذن حل الجملة هو الثنائية $(20;10)$.	0.5	

عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
التمرين الرابع: (03 نقاط)		
1) تعيين نوع المثلث ABC لدينا: $AC=2\sqrt{10}$ و $BC=2\sqrt{5}$ نحسب الطول AB: $AB=\sqrt{(1-3)^2+(-2-2)^2}$ أي: $AB=\sqrt{(-2)^2+(-4)^2}$، منه: $AB=\sqrt{4+16}$ أي: $AB=2\sqrt{5}$ إذن: $AB=BC=2\sqrt{5}$.	0.25×4	1,5
لدينا: $AB^2+BC^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2$ ومنه: $AB^2+BC^2=20+20=40$ ولدينا: $AC^2=\left(2\sqrt{10}\right)^2=40$	0.25×2	
وبما أن: $AC^2=AB^2+BC^2$ إذن حسب خاصية فيثاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم في B ومتساوي الساقين لأن: $AB=BC=2\sqrt{5}$	0.25	
2) إيجاد إحداثيتي النقطة D: بما أن النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ فإن: $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$	0.25	1,5
ولدينا: $A(3;2)$ و $B(1;-2)$ ومنه $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}3-1\\2+2\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$	0.25	
نضع $D(x;y)$، منه: $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x+3\\y\end{pmatrix}$	0.25	
$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$ يعني: $x+3=2$ و $y=4$ أي: $x=-1$ و $y=4$ إذن: $D(-1;4)$.	0.25	
3) تبيان نوع الرباعي $ABCD$: بما أن $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$ فإن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع، ولدينا المثلث ABC قائم في B ومتساوي الساقين، فهو إذن مربع.	0.25	

الجزء الثاني: (الوضعية) (08 نقاط)

1) أ - لإيجاد أكبر عدد من التشكيلات التي يمكن تكوينها نحسب الـ $PGCD$ للعددين 1188 و 528.

$1188 = 528 \times 2 + 132$

$528 = 132 \times 4 + 0$

ومنه: $\boxed{PGCD(1188;528) = 132}$

إذن أكبر عدد من التشكيلات التي يمكن تكوينها هو: 132.

ب – حساب عدد صناديق البطاطا وعدد صناديق الجزر في كل تشكيلة:

$1188 \div 132 = 9$

منه عدد صناديق البطاطا في كل تشكيلة هو 9 صناديق

$528 \div 132 = 4$

ومنه عدد صناديق الجزر في كل تشكيلة هو 4 صناديق

2) حساب عرض الممر:

عرض الممر هو ارتفاع شبه المنحرف $EFCA$ وهو نفسه البعد بين المستقيمين (EF) و (AC).

لنرمز لهذا العرض بالرمز h.

في المثلث القائم ADC لدينا: $\tan \widehat{DAC} = \frac{DC}{DA}$

ومنه: $\tan \widehat{DAC} = \frac{80}{60} = \frac{4}{3}$

ومنه: $\widehat{DAC} = \tan^{-1}(\frac{4}{3})$ أي $\widehat{DAC} \simeq 53^\circ$

وبما أن الزاويتين $\widehat{BAC}$ و $\widehat{DAC}$ متتامتان إذن: $\widehat{BAC} = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$

ولدينا: $AE = AB - EB$ منه: $AE = 80 - 64 = 16$

لكن: $\sin 37^\circ = \frac{h}{16}$ ومنه: $h = \sin 37^\circ \times 16$

ومنه: $h \simeq 9,6$ أي $h \simeq 10\,m$

عرض الممر 10 أمتار بالتدوير إلى الوحدة.

ملاحظة: تقبل كل إجابة أخرى صحيحة للمترشح.

شبكة تقويم الوضعية:

المعيار	مؤشرات الحل بطريقة أولى	درجة التحكم والعلامة	المجموع	مؤشرات الحل بطريقة ثانية	درجة التحكم والعلامة	المجموع
التفسير السليم للوضعية	1. يبحث عن الـ pgcd للعددين 1188 و528. 2. يستعمل الـ pgcd لإيجاد عدد صناديق كل من البطاطا والجزر في كل تشكيلة. 3. يشير إلى أن عرض الممر هو البعد بين (AC) و (EF) أو ارتفاع شبه المنحرف $AEFC$. 4. يكتب نسبة مثلثية مناسبة لإيجاد قيس الزاوية. 5. يوظف مفهوم الزاويتين المتتامتين. 6. يكتب عبارة تسمح بحساب الطول AE 7. يكتب نسبة مثلثية مناسبة لإيجاد عرض الممر (ارتفاع شبه المنحرف). 8. يدور النتائج.	0 لـ 0 مؤشر 0,5 لمؤشر 1 1 لمؤشرين 1,5 لـ 3 مؤشرات 2 لـ 4 أو 5 مؤشرات 3 لـ 6 مؤشرات فأكثر	3	1. يبحث عن الـ pgcd للعددين 1188 و528. 2. يستعمل الـ pgcd لإيجاد عدد صناديق كل من البطاطا والجزر في كل تشكيلة. 3. يشير إلى أن عرض الممر هو البعد بين (AC) و (EF) أو ارتفاع شبه المنحرف $AEFC$ 4. يضع تخمينا مناسبا لحساب مساحة شبه المنحرف $AEFC$. 5. يكتب عبارة تسمح بحساب الطول AE 6. يكتب عبارة تسمح بحساب الطول BF. 7. يكتب عبارة تسمح بحساب الطول EF. 8. يكتب عبارة تسمح بحساب الطول AC. 9. يكتب عبارة تسمح بحساب مساحة المستطيل $ABCD$. 10. يكتب عبارة تسمح بحساب مساحة المثلث ADC 11. يكتب عبارة تسمح بحساب مساحة المثلث BEF. 12. يكتب عبارة تسمح بحساب مساحة شبه المنحرف $AEFC$. 13. يكتب قاعدة حساب مساحة شبه منحرف عُلم ارتفاعه وطولا قاعدتيه. 14. يكتب معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو عرض الممر (ارتفاع شبه المنحرف). 15. يدور النتائج.	0 لـ 0 مؤشر 0,5 لمؤشر 1 1 لمؤشرين 1,5 لـ 3 أو 4 مؤشرات 2 لـ 5 أو 6 مؤشرات 2,5 لـ 7 أو 8 أو 9 مؤشرات 3 لـ 10 مؤشرات فأكثر	3
الاستعمال الصحيح للأدوات الرياضياتية	1. يستعمل خوارزمية لإيجاد الـ pgcd للعددين 1185 و528 حتى وإن كانت النتائج غير صحيحة. 2. يختار العملية المناسبة لحساب عدد الصناديق حتى وإن كانت النتائج خاطئة. 3. يعطي ترميزا لعرض الممر (ارتفاع شبه المنحرف) بحرف، كلمة، .... 4. يكتب عبارة النسبة المثلثية المختارة بطريقة صحيحة. 5. يكتب برنامجا لحساب قيس الزاوية حسب آلته الحاسبة حتى وإن كانت النتائج خاطئة. 6. يكتب المساواة التي تبين خاصية مجموع زاويتين متتامتين. 7. يكتب الفرق بين AB وBE حتى وإن كانت النتيجة خاطئة. 8. يكتب عبارة النسبة المثلثية التي تظهر أن عرض الممر هو طول أحد أضلاع مثلث قائم. 9. يدور النتائج إلى الوحدة حتى وإن كانت خاطئة.	0 لـ 0 مؤشر 0,5 لـ 1 مؤشر 1 لمؤشرين 1,5 لـ 3 مؤشرات 2 لـ 4او5 مؤشرات 3 لـ 6 مؤشرات فأكثر	3	1. يستعمل خوارزمية لإيجاد الـ pgcd للعددين 1185 و528 حتى وإن كانت النتائج خاطئة. 2. يختار العملية المناسبة لحساب عدد الصناديق حتى وإن كانت النتائج خاطئة. 3. يعطي ترميزا لعرض الممر (ارتفاع شبه المنحرف) بحرف، كلمة، .... 4. يكتب العلاقات المناسبة لتخمينه حتى وإن كانت النتائج خاطئة. 5. يحسب الفرق بين AB وBE حتى وإن كانت النتيجة خاطئة. 6. يستعمل خاصية فيثاغورث لحساب AC. 7. يستعمل خاصية طاليس لحساب EF. 8. يستعمل خاصية طاليس لحساب BF. 9. يحسب مساحة المستطيل $ABCD$ باستعمال قاعدة مناسبة حتى وإن كانت النتيجة خاطئة. 10. يحسب مساحتي المثلثين BEF و ADC باستعمال قاعدة مناسبة حتى وإن كانت النتائج خاطئة. 11. يحسب الفرق بين مساحة المستطيل $ABCD$ ومجموع مساحتي المثلثين BEF وADC حتى وإن كانت النتيجة خاطئة. 12. يظهر رمز عرض الممر (ارتفاع شبه المنحرف) في عبارة مساحة شبه المنحرف. 13. ينشئ المعادلة التي تسمح بحساب عرض الممر (ارتفاع شبه المنحرف) من تساوي العبارة الحرفية والقيمة المحسوبة لمساحة شبه المنحرف. 14. يحل المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد. 15. يدور النتائج إلى الوحدة حتى وإن كانت خاطئة.	0 لـ 0 مؤشر 0,5 لمؤشر 1 1 لمؤشرين 1,5 لـ 3 أو 4 مؤشرات 2 لـ 5 أو 6 مؤشرات 2,5 لـ 7 أو 8 أو 9 مؤشرات 3 لـ 10 مؤشرات فأكثر	3

المعيار	مؤشرات الحل بطريقة أولى	درجة التحكم	العلامة	المجموع	مؤشرات الحل بطريقة ثانية	درجة التحكم	العلامة	المجموع
انسجام الإجابة	1. التسلسل منطقي. 2. الحساب صحيح. 3. احترام الوحدات.	0 مؤشر	0	1	1. التسلسل منطقي. 2. الحساب صحيح. 3. احترام الوحدات.	0 مؤشر	0	1
		مؤشر واحد	0.5			مؤشر واحد	0.5	
		مؤشران فأكثر	1			مؤشران فأكثر	1	
تنظيم وتقديم الورقة	1. عدم التشطيب. 2. النتائج بارزة. 3. مقروئية الكتابة.	0 مؤشر	0	1	1. عدم التشطيب. 2. النتائج بارزة. 3. مقروئية الكتابة.	0 مؤشر	0	1
		مؤشر واحد	0.5			مؤشر واحد	0.5	
		مؤشران فأكثر	1			مؤشران فأكثر	1	